**提升數學素養的後設認知教學策略**

**—讓後設認知贏在起跑點，從低年級開始做**

 文／林原宏（國立臺中教育大學數學教育學系教授）

 **一、造訪課綱中的數學素養**

　　十二年國民基本教育課程即將於108學年度開始實施，而核心素養的課綱內容是這次新課綱的主軸。在總綱和數學領域課綱內容中，我們可以發現和九年一貫課程有一項不同的點，是強調了後設認知（*meta-cognition*）教與學。因此，本文想先從數學素養的論述，說明數學後設認知的教與學，並從數學課本的實例中來加以闡述。



圖1：核心素養的滾動圓輪意象

　　十二年國民基本教育課程以「核心素養」做為課程發展之主軸，「核心素養」是指一個人為適應現在生活及面對未來挑戰，所應具備的知識、能力與態度。十二年國教課綱以圖1的九大核心素養面向滾動圓輪意象來詮釋核心素養的意涵。所以簡而言之，數學素養是數學的知識、能力與態度在生活中的展現。

　　總綱的九大核心素養面向對應至各學習階段的數學領域核心素養具體內涵，以總綱核心素養「*A*2系統思考與解決問題」為例，其意義是「具備問題理解、思辨分析、推理批判的系統思考與後設思考素養，並能行動與反思，以有效處理及解決生活、生命問題。」。其中，後設思考素養被認為是數學素養的一部分。

**二、後設認知知識與策略**

　　在十二年國民基本教育課程綱要總綱裡，有關教學實施的教學模式與策略中，指出「教師應引導學生學習如何學習，包括動機策略、一般性學習策略、學習策略、思考策略，以及後設認知策略等。」（十二年國民基本教育課程綱要總綱，*P*.33）。同時也指出數學學習重點由「學習表現」和「學習內容」所組成，「學習表現」是以學生為中心，重視認知、情意態度與生活應用的學習展現，代表「非內容」向度，具體展現或呼應核心素養。而「學習內容」涵蓋數學基礎重要的事實、概念、原理原則、技能與後設認知等知識。綜合以上十二年國教課綱的論述以及國內外文獻，都可以看到後設認知是數學素養的成分之一。所謂後設認知後設，是指個人對自己的認知歷程和結果，能進行掌握、監控、支配和評鑑的一種知識和策略。後設認知包含了後設認知知識（*knowledge of metacognition*）和後設認知策略（*strategy of metacognition*)兩大部分(*Schneider*, & *Artelt*, 2010)。

　　後設認知知識可再細分成三種知識：

1.**陳述性知識**（*declarative knowledge*）：

是指知道那是什麼（*knowing that*）的知識，是對某概念或事實的瞭解。

2.**程序性知識**（*procedural knowledge*）：

是指知道如何去做（*knowing how*）的知識，是對程序步驟與規則的瞭解。

3.**條件性知識**（*conditional knowledge*）：

是指知道在某些條件下知道何時、為何來做（*knowing when and why*）的知識，也就是能夠辨認條件來選用策略的知識。

　　此外，後設認知策略包括了計畫（*planning*）、監控（*monitoring*）、評鑑（*evaluating*）等策略。

 **三、數學素養中的後設認知和實例**

　　就數學學習而言，數學後設認知深深影響問題解決的成功以及數學素養的培養（*Wilson* & *Clarke*, 2004）。例如，*Yore*, *Pimm*, & *Tuan*（2007）指出後設認知的能力與推理是數學素養的共同元素，*Schneider* & *Artelt*（2010）指出學生擁有後設認知知識與策略，能有效促進其數學學習的成效。許多的文獻均指出，學生的數學後設認知策略是可以被教導的，而且應從低年級階段就可以進行。那麼，綜合前述的後設認知策略，有哪些提升學生數學後設認知的有效教學策略呢？臚列數點如下（*Montague*, Warger, & *Morgan*, 2000）。

**1.監控閱讀理解與轉譯**

引導學生自我評鑑（*self-evaluation*）是否瞭解問題中的內容？可否指出重要的關鍵訊息？利用放聲思考（*aloud thinking*）來監控並促進瞭解這關鍵訊息所表示的內容和意義。

**2.以自己的話語重述題意**

藉由老師提問來訓練學生自我提問（*self-question*），這個問題的意思是什麼？想像自己教自己，用自己的語言把問題的條件和重要內容說出來。

**3.視覺化的表徵呈現**

協助學童自我教導（*self-instruction*）用視覺化的圖或表把問題的畫出來，來協助瞭解問題並提出策略；同時也檢核畫出的圖或表是否符合題意。

**4.提出解題策略與規劃**

協助學生根據題意理解和學過的知識經驗，提出可行的解題策略。決定要怎麼做？先做什麼？再做什麼？要不要調整步驟順序？

**5.合理答案的評估**

協助學生評估這個答案的大約是多少？依據什麼理由來判斷這個答案大概是多少？

**6.進行程序執行或計算**

協助學生自我監控（*self-monitoring*）計算程序和步驟正確嗎？每一步驟計算的結果正確嗎？

**7.檢核答案適合性**

計算所得的結果是否符合題目求？要如何檢查計算結果是否正確？學會自我調整（*self-regulation*）策略，利用要其他不同的計算策略或方法，檢核計算和答案結果。

 　　依據十二年國教素養導向課綱精神，以翰林版108年一上數學課本的「10以內的減法」單元中的如下布題為例，是具有提升後設認知的任務設計。所以，善用後設認知教學策略可提升學生的數學素養。

**學習任務**

　　低年級學童的識字量不多且閱讀理解能力尚在培養階段，此問題為拿走型問題的改變量未知問題，是學生較不熟悉的問題。布題設計透過視覺化圖示，教師可透過後設認知教學策略引導，可提升學生彈性思考的數學素養。

**後設認知教學策略之提問與引導**

**1.監控閱讀理解與轉譯**

請先把題目念出來，這題目問什麼？你可以用什麼方法問題表示出來？

**2.以自己的話語重述題意**

請你用自己的話把這個問題說說看？其他同學幫忙聽聽看，說出來的內容和題目意思有沒有一樣？

**3.視覺化的表徵呈現**

請你用畫○表示原來的氣球，指出哪些是沒飛走的氣球？哪些是飛走的氣球？

**4.提出解題策略與規劃**

題目請你用什麼表示飛走的氣球？要用哪一種計算方法？

**5.合理答案的評估**

飛走的氣球會比7多嗎？答案大約是多少？

**6.進行程序執行或計算**

列出的算式要如何算出答案？答案是指哪些氣球？

**7.檢核答案適合性**

要怎麼知道你的答案是對的？有沒有其他方法可以檢查。

**四、總結**

　　後設認知不是新的名詞，但近年來各國素養導向的數學課程改革，都可以看到數學後設認知再度受到重視。在教學現場，常可以聽過學生說：「老師，這題我會算，我只是算錯」。其實解題錯誤的原因之一，往往是因為解題者缺乏後設認知。其次，後設認知被被視為素養的成分之一。相當多的實證研究文獻有證實，低年級階段可以開始透過數學後設認知教學策略，讓學生學會後設認知知識與策略，進而提升數學素養。因此，讓我們宜從低年級開始培養學生數學後設認知，讓後設認知成為數學學習與素養涵育的墊腳石。

 （本文原刊載於《翰林12年國教課綱期刊》）

**參考文獻**

教育部(2014)：十二年國民基本教育課程綱要總綱。臺北市：教育部

*Yore, L. D., Pimm, D., & Tuan, H. L.* (2007)*. The literacy component of mathematical and scientific literacy. International Journal of Science and Mathematics Education,*5, 559-589*.*

*Schneider, W., & Artelt, C.*(2010)*. Metacognition and mathematics education. ZDM ,* 42 (2), 149-161.

*Wilson, J., & Clarke, D.*(2004)*. Towards the modelling of mathematical metacognition.*

*Mathematics Education Research Journal,*16 (2), 25-48*.*

*Montague, M., Warger, C., & Morgan, T. H.* (2000)*. Solve it! Strategy instruction to improve mathematical problem solving. Learning Disabilities Research & Practice,* 15 (2), 110-116*.*